



۱ مجموعه و ویژگی‌های آن

مجموعه از مفاهیم تعریف‌نشده در ریاضیات است؛ یعنی تعریف دقیق و مشخصی از آن نمی‌توان ارائه کرد؛ اما اگر کمی بیشتر در مورد ویژگی‌های آن صحبت کنیم، منظورمان از کلمه «مجموعه» روشن‌تر می‌شود. مجموعه را می‌توان دسته یا گروهی از اشیاء، اعداد، حروف یا ... گردآوری شده دانست. این چیزها که مجموعه را تشکیل داده‌اند، عضوهای مجموعه نامیده می‌شوند. **عضوهای مجموعه باید مشخص و متمایز باشند.**

تمایز عضوهای مجموعه: تمایز اعضا در مجموعه به این معنی است که اعضا نباید تکراری و یکسان باشند. عضوهای تکراری در مجموعه، یک عضو محسوب می‌شوند. مثلاً مجموعه‌ای که از اعداد ۲، ۲، ۲، ۵، ۲، ۵ تشکیل شده باشد، فقط دو عضو دارد: ۲ و ۵.

مشخص بودن عضوهای مجموعه: مشخص بودن اعضا به این معنی است که باید بتوان به طور دقیق تعیین کرد که عضوهای مجموعه چه چیزهایی هستند و چه چیزهایی نیستند. به عنوان مثال عدد ۴۲۴ عضو مجموعه «اعداد زوج» است، اما عدد ۳۲۷۱ عضو آن نیست. ولی «انسان‌های خوب» را نمی‌توان توصیف یک مجموعه دانست، چون معیار دقیق و یکسانی برای خوب بودن وجود ندارد.

تمرین

۱ کدام یک توصیف یک مجموعه نیست؟

- (۱) اعداد نه مثبت و نه منفی
- (۲) اعداد نزدیک به هزار
- (۳) اعدادی که با تقریب کمتر از ۰/۱ به ۱۰۰ گرد شوند.
- (۴) همه استخوان‌های بدن انسان

۲ با کدام دسته از اعداد زیر می‌توان یک مجموعه سه‌عضوی ساخت؟

- (۱) $1^2, -1, -1^5, (-1)^4$
- (۲) $8^2, -4^2, \frac{64}{4}$
- (۳) $2/5, \frac{2}{5}, \sqrt{6/25}$
- (۴) $\frac{17}{51}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$

۳ کدام گزینه به مجموعه اعداد اول سه‌رقمی تعلق دارد؟

- (۱) ۱۱۳
- (۲) ۱۲۷
- (۳) ۱۳۱
- (۴) همه موارد

مثال

۱ کدام یک توصیف یک مجموعه است؟

- (۱) سه عدد فرد متوالی
- (۲) ده عدد خیلی کوچک
- (۳) اعداد صحیح بین ۲- و ۱+
- (۴) خانه‌های قدیمی تهران

پاسخ:

گزینه ۱: سه عدد فرد متوالی، معلوم نیست به کدام سه عدد اشاره می‌کند.
گزینه ۲: کوچکی، عبارت مبهمی است و معلوم نیست چقدر کوچک مورد نظر است.
گزینه ۳: اعداد صحیح بین ۲- و ۱+ کاملاً مشخص هستند. (۱۰-)
گزینه ۴: معیار قدیمی بودن مشخص نیست.
گزینه «۳» صحیح است.

۲ کدام گزینه می‌تواند عضو متمایزی نسبت به سه گزینه دیگر برای یک مجموعه باشد؟

- (۱) -2^4
- (۲) -4^2
- (۳) -16
- (۴) $(-4)^2$

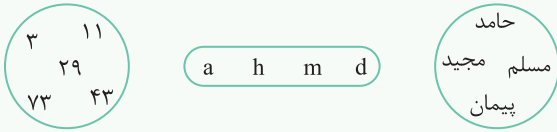
پاسخ:
 $16 = (-4)^2$, $-16 = -4^2 = -2^4$
پس گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ با هم برابرند و نمی‌توانند عضو متمایزی باشند ولی گزینه ۴ عضو متمایزی نسبت به آنها محسوب می‌شود.
گزینه «۴» صحیح است.

۲ نمایش مجموعه‌ها

نمایش با اعضا (تفصیلی): قرار دادن همه اعضا داخل یک جفت آکولاد ({ }) و جدا کردن آنها توسط ویرگول، نمایش تفصیلی یک مجموعه است.

{h, d, m, a} {۷۳, ۴۳, ۲۹, ۱۱, ۳} {مجید, مسلم, حامد, پیمان}

نمایش با نمودار ون (هندسی): گاهی برای درک بهتر از مجموعه‌ها، آنها را به صورت منحنی یا شکل‌های بسته نمایش می‌دهند. اگر اعضای مجموعه‌ها مورد توجه باشند، اعضا را داخل این منحنی‌های بسته می‌نویسند.



نمایش با نمادهای ریاضی (توصیفی): این نوع نمایش صرفاً به مجموعه‌های عددی اختصاص دارد که رابطه مشخصی بین اعضای آن برقرار باشد و این رابطه به زبان ریاضی قابل بیان باشد. در ادامه در مورد این نمایش مجموعه‌ها بیشتر صحبت خواهیم کرد.
نام‌گذاری مجموعه‌ها: معمولاً از حروف بزرگ انگلیسی (لاتین) برای نام‌گذاری استفاده می‌کنند.

$A = \{۳, ۱۱, ۲۹, ۴۳, ۷۳\}$ $S = \{h, d, m, a\}$ $B = \{\text{مجید, مسلم, حامد, پیمان}\}$

تمرین

۱ مجموعه عددهای صحیح و منفی بزرگ‌تر از -۷ کدام است؟

- (۱) $\{-۸, -۹, -۱۰, \dots\}$
- (۲) $\{-۶, -۵, -۴, \dots, ۰\}$
- (۳) $\{-۶, -۵, -۴, \dots\}$
- (۴) $\{-۶, -۵, -۴, \dots, -۱\}$

۲ مجموعه مضارب سه‌رقمی عدد ۱۲ چند عضو دارد؟

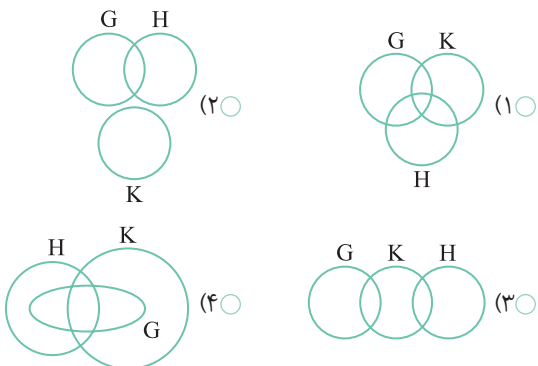
- (۱) ۸۳
- (۲) ۷۸
- (۳) ۷۶
- (۴) ۷۵

۳ کدام نمودار ون، مجموعه‌های زیر را بهتر نشان می‌دهد؟

$H = \{۱۲, ۱۵, ۱۷, ۱۹\}$

$G = \{۱۱, ۱۲, ۱۵\}$

$K = \{۱۱, ۱۵, ۱۳, ۱۹\}$



مثال

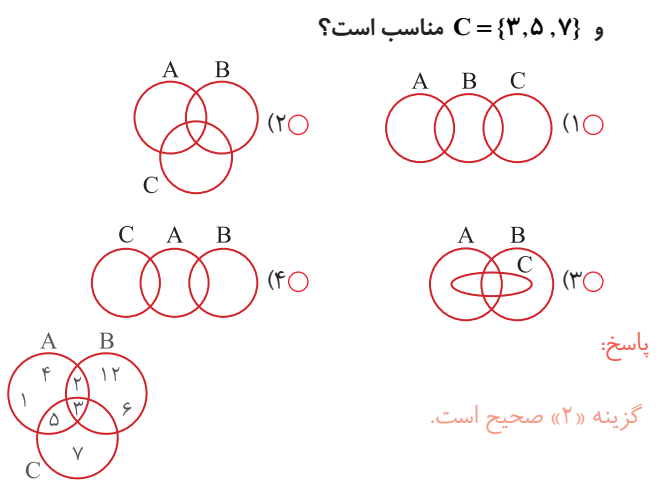
۱ کدام گزینه نشان‌دهنده اعداد طبیعی اول بین ۷۰ تا ۹۰ است؟

- (۱) $\{۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۱, ۸۳, ۸۷\}$
- (۲) $\{۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹\}$
- (۳) $\{۷۱, ۷۳, ۷۵, ۷۷, ۷۹, ۸۱, ۸۳, ۸۵, ۸۹\}$
- (۴) $\{۸۹, ۸۳, ۷۹, ۷۱\}$

پاسخ: اعداد زوج همگی بر ۲ بخش پذیرند، پس اول نیستند. اعداد ۷۵، ۷۷، ۸۱، ۸۵ و ۸۷ به ترتیب بر ۵، ۷ و ۱۱، ۳، ۵ و ۳ بخش پذیر هستند، پس اول نیستند. بنابراین فقط اعدادی که در مجموعه گزینه ۲ آمده‌اند، اعداد طبیعی اول در فاصله ۷۰ تا ۹۰ هستند.

گزینه «۲» صحیح است.

۲ کدام نمایش برای مجموعه‌های $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ ، $B = \{۲, ۳, ۶, ۱۲\}$ و $C = \{۳, ۵, ۷\}$ مناسب است؟



پاسخ:

گزینه «۲» صحیح است.

۳ عضویت

به هر یک از اشیاء، اعداد، حروف یا ... که مجموعه را تشکیل داده‌اند، **عضو** آن مجموعه گفته می‌شود. مثلاً اگر مجموعه A را به صورت «اعداد فرد بین ۲۲ و ۳۵» تعریف کنیم، آنگاه عددهای ۲۳، ۲۵، ۲۷، ۲۹، ۳۱ و ۳۳ اعضای مجموعه A را تشکیل می‌دهند و مجموعه A به صورت مقابل نمایش داده می‌شود:

$$A = \{23, 25, 27, 29, 31, 33\}$$

برای نمایش **عضویت** از نماد \in استفاده می‌شود؛ برای مثال $27 \in A$ ، یعنی عدد ۲۷ عضوی از مجموعه A است.

برای نشان دادن **عدم عضویت** (عضو نبودن) از نماد \notin استفاده می‌شود. برای مثال $21 \notin A$ یعنی عدد ۲۱، عضو مجموعه A نیست.

نکته

تعداد عضوهای مجموعه B را با $n(B)$ نشان می‌دهند و به آن، **عدد اصلی** مجموعه می‌گویند. برای مثال برای مجموعه بالا: $n(A) = 6$ ؛ یعنی مجموعه A شش عضو دارد.

جابه‌جایی عضوها در مجموعه: **جابه‌جا کردن** عضوها در یک مجموعه **بی‌اثر** است، یعنی اگر جای عضوها را عوض کنیم، مجموعه عوض نمی‌شود، برای مثال اگر شماره‌های عدد ۱۵ را به صورت مجموعه $\{1, 3, 5, 15\}$ یا به صورت $\{1, 15, 3, 5\}$ بنویسیم، در هر دو حالت یک مجموعه را نوشته‌ایم.

تمرین

۱ کدام گزینه درست است؟

$a \in \{a\}$ (۱)

$\{b\} \in \{b, \{b\}\}$ (۲)

$\{a\} \in \{b, \{a, b\}\}$ (۳)

$\{a, b\} \in \{a, b\}$ (۴)

۲ کدام مجموعه تعداد عضوهای بیشتری دارد؟

$\{1, 1^2, 1^3, 1^4, \dots, 1^{100}\}$ (۱)

$\{(-2)^1, (-2)^2, (-2)^3, \dots, (-2)^{100}\}$ (۲)

$\{5^2, 4^2, 3^2, \dots, (-5)^2\}$ (۳)

$\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^6\}$ (۴)

۳ عدد اصلی کدام مجموعه، عدد بزرگ‌تری است؟

(۱) مجموعه شماره‌های عدد ۴۸

(۲) مجموعه مضارب طبیعی عدد ۱۷ کوچک‌تر از ۲۰۰

(۳) مجموعه اعداد صحیحی که مربع آنها کمتر از ۵۰ باشد

(۴) مجموعه اعداد صحیح بین ۵- تا ۷+

مثال

۱ عدد اصلی کدام مجموعه ۲ است؟

$A = \{1, 2, 3\}$ (۱)

$B = \{1, \{2, 3\}\}$ (۲)

$C = \{\{1, 2, 3\}\}$ (۳)

$D = \{\{1\}, \{2\}, 3\}$ (۴)

پاسخ: عدد اصلی برابر با تعداد عضوهای مجموعه است.

گزینه ۱: $n(A) = 3 \Rightarrow 3, 2, 1$: عضوها

گزینه ۲: $n(B) = 2 \Rightarrow 1, \{2, 3\}$: عضوها

گزینه ۳: $n(C) = 1 \Rightarrow \{1, 2, 3\}$: عضوها

گزینه ۴: $n(D) = 3 \Rightarrow \{1\}, \{2\}, 3$: عضوها

گزینه «۲» صحیح است.

۲ در مورد $E = \{3, \{4\}, \{5, 6\}, 7\}$ کدام گزینه درست نیست؟

$4 \notin E$ (۲)

$7 \in E$ (۱)

$6 \in E$ (۴)

$\{5, 6\} \in E$ (۳)

پاسخ: مجموعه E شامل چهار عضو است: $3, \{4\}, \{5, 6\}, 7$

هیچ‌یک از این عضوها برابر با ۶ نیستند، بنابراین همه گزینه‌ها به‌جز گزینه ۴ درست هستند.

گزینه «۴» صحیح است.

۴ مجموعه تهی

گاهی مجموعه‌ها به شکلی تعریف می‌شوند که هیچ عضوی نمی‌توان برای آنها در نظر گرفت، چنین مجموعه‌هایی را تهی می‌نامند. مثال‌های «مجموعه شب‌های آفتابی» و «مجموعه اعداد زوج و اول بزرگ‌تر از ۵»، توصیفی از یک مجموعه تهی هستند. برای نمایش تهی بودن یک مجموعه از نماد قراردادی \emptyset یا $\{\}$ استفاده می‌شود.

$\emptyset = \{\} = \emptyset$ مجموعه اعداد اول زوج بزرگ‌تر از ۵

$\emptyset = \{\} = \emptyset$ مجموعه حروف زبان فارسی که چهار نقطه دارند

عضو نداشتن یک مجموعه ممکن است عجیب به نظر برسد، اما وجود چنین تعریفی در مبحث مجموعه‌ها لازم است؛ همان‌طور که وجود صفر در اعداد ضروری به نظر می‌رسد.

نکته

وقتی تهی بودن را با آکولاد نمایش می‌دهیم، داخل آکولاد هیچ چیز نباید وجود داشته باشد. مجموعه‌هایی مثل $\{\emptyset\}$ ، $\{\emptyset\}$ و $\{\{\}\}$ تهی محسوب نمی‌شوند.

تمرین

۱ کدام مجموعه تهی است؟

- ۱) $\{0\}$
- ۲) مجموعه اعداد اول بخش‌پذیر بر ۱۹
- ۳) مجموعه اعداد نه مثبت و نه منفی
- ۴) مجموعه اعداد اول بین ۸۹ و ۹۷

۲ عدد اصلی مجموعه $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\{\emptyset\}\}\}, \emptyset\}$ کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۳ تعداد عضوهای کدام مجموعه کمتر است؟

- ۱) مجموعه اعداد اول بین ۱۲۰ و ۱۳۰
- ۲) مجموعه حروف سه نقطه فارسی
- ۳) مجموعه اعداد نه اول و نه مرکب
- ۴) مجموعه حروف بزرگ نقطه‌دار انگلیسی

مثال

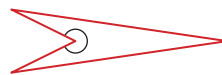
۱ کدام گزینه نشان‌دهنده یک مجموعه تهی نیست؟

- ۱) مجموعه اعداد صحیح بین ۶۱- و ۶۰-
- ۲) مجموعه اعداد طبیعی نه زوج و نه فرد
- ۳) مجموعه چهارضلعی‌هایی که زاویه‌ای بزرگ‌تر از 180° دارند.
- ۴) مجموعه اعداد صحیحی که مجذورشان منفی است.

پاسخ: گزینه ۱: بین ۶۱- و ۶۰- هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

گزینه ۲: اعداد طبیعی یا زوج هستند یا فرد.

گزینه ۳: چهارضلعی‌های زیادی می‌توان یافت که زاویه‌ای بیش از 180°



داشته باشند.

گزینه ۴: هیچ عدد صحیحی مجذور منفی ندارد.

گزینه «۳» صحیح است.

۲ کدام گزینه با بقیه تفاوت دارد؟

- ۱) $\{\{\}\}$
- ۲) $\{\emptyset\}$
- ۳) \emptyset
- ۴) $\{\emptyset, \{\}\}$

پاسخ: گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ یک‌عضوی هستند اما گزینه ۳ عضوی ندارد. در

گزینه ۴: $\{\emptyset, \{\}\}$ است، یعنی عضوها تکراری و مجموعه تک‌عضوی است.

گزینه «۳» صحیح است.

۵ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌ای که تعداد عضوهای قابل شمارش داشته باشد، مجموعه‌ای **متناهی** است. برای مثال مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از 10^2 و مجموعه شمارنده‌های عدد صد میلیارد، اگرچه عضوهای بسیاری دارند، ولی این اعضا به‌هرحال قابل شمارش هستند. پس این مجموعه‌ها متناهی هستند. در مقابل، مجموعه‌ای که تعداد عضوهای آن بی‌شمار باشد، مجموعه‌ای است نامتناهی. برای مثال مجموعه اعداد صحیح کمتر از ۱- یا مجموعه مضارب عدد ۵ مجموعه‌ای نامتناهی هستند.

اعضای بعضی از مجموعه‌ها از یک یا دو طرف محدود است، یعنی بزرگ‌ترین یا کوچک‌ترین عضو آنها معلوم است. برای مثال مجموعه اعداد صحیح از هر دو طرف نامحدود است، چون ابتدا و انتهای مشخصی ندارد، ولی مجموعه اعداد صحیح از ۳- تا ۴+ از هر دو طرف محدود است و از پایین به ۳- و از بالا به ۴+ محدود می‌شود.

نکته

نامتناهی بودن مجموعه نباید با نامحدود بودن آن اشتباه شود. مجموعه نامتناهی می‌تواند محدود باشد؛ مثلاً مجموعه همه اعداد کسری از $\frac{1}{5}$ تا $\frac{1}{9}$ نامتناهی است، ولی کوچک‌ترین این کسرها $\frac{1}{9}$ و بزرگ‌ترین آنها $\frac{1}{5}$ است، یعنی از دو طرف محدود است.

تمرین

۱ کدام مجموعه از نظر تعداد اعضا با بقیه تفاوت دارد؟

- (۱) مجموعه نقاط تشکیل‌دهنده یک خط
 (۲) مجموعه خطوط گذرنده از یک نقطه
 (۳) مجموعه خطوط واقع در یک صفحه
 (۴) مجموعه خطوط مماس بر دایره در یک نقطه

۲ کدام جمله درست است؟

- (۱) هر مجموعه با عضوهای محدود، متناهی است.
 (۲) هر مجموعه نامتناهی، نامحدود است.
 (۳) هر مجموعه با عضوهای نامحدود، نامتناهی است.
 (۴) هیچ کدام

۳ کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰
 (۲) مجموعه اعداد صحیح کوچک‌تر از ۱۰
 (۳) مجموعه اعداد مربع کامل
 (۴) گزینه‌های ۲ و ۳

مثال

۱ کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) مجموعه مورچه‌های جنگل‌های آمازون
 (۲) مجموعه اتم‌های تشکیل‌دهنده یک میز
 (۳) مجموعه اعداد کسری بین $\frac{3}{7}$ و $\frac{4}{7}$
 (۴) مجموعه شمارنده‌های عدد 10^4

پاسخ: بین دو کسر، بی‌شمار کسر می‌توان مشخص کرد؛ اما سه گزینه دیگر، تعداد عضوهای قابل شمارش و مشخصی دارند، هرچند این تعداد بسیار زیاد باشد.

گزینه «۳» صحیح است.

۲ کدام مجموعه از هر دو طرف نامحدود است؟

- (۱) مجموعه اعداد طبیعی
 (۲) مجموعه اعداد کسری بین $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$
 (۳) مجموعه اعداد طبیعی بین $\frac{29}{5}$ و $\frac{3}{4}$
 (۴) مجموعه اعداد کسری که کوچک‌تر یا مساوی $\frac{1}{p}$ و بزرگ‌تر یا مساوی $\frac{2}{q}$ باشند.

پاسخ: مجموعه اعداد کسری بین $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ از هر دو طرف نامحدود است، چون هرچه به $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ نزدیک شویم، باز هم می‌توان نزدیک‌تر شد.

گزینه «۲» صحیح است.

۶ مجموعه‌های عددی معروف

۱- **مجموعه اعداد طبیعی:** این مجموعه با \mathbb{N} نمایش داده می‌شود و معمولاً برای شمارش تعداد از عددهای این مجموعه استفاده می‌شود. این مجموعه همان‌طور که دیده می‌شود، نامتناهی است:
 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

۲- **مجموعه اعداد حسابی:** با پیشرفت ریاضیات و عددنویسی، نیاز به **صفر** احساس شد. این نماد به مجموعه اعداد طبیعی اضافه شد و مجموعه‌ای به نام اعداد حسابی با نماد \mathbb{W} یا \mathbb{I} شکل گرفت:
 $\mathbb{I} = \mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

۳- **مجموعه اعداد صحیح:** نیاز به اعداد منفی سبب پیدایش مجموعه اعداد صحیح با نماد \mathbb{Z} شد که از هر دو نامحدود است:
 $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots\}$

۴- **مجموعه اعداد گویا:** برای نمایش اعداد بین دو عدد صحیح، مجموعه‌ای به نام اعداد گویا با نماد \mathbb{Q} شکل گرفت. این مجموعه شامل همه اعداد کسری است.

۵- **مجموعه اعداد گنگ:** بعضی از اعداد مثل $\sqrt{2}$ یا π قابل نمایش به صورت کسر نیستند. اینها در قالب مجموعه اعداد گنگ و با نماد \mathbb{Q}' نمایش داده می‌شوند.

۶- **مجموعه اعداد حقیقی:** تمامی اعدادی که تا به حال شناخته‌ایم تحت عنوان مجموعه اعداد حقیقی و با نماد \mathbb{R} شناخته می‌شوند.

تمرین

۱ کدام مجموعه عضو کمتری دارد؟

- ۱○ {اعداد صحیح کمتر از ۱۳}
- ۲○ {اعداد حسابی کمتر از ۱۳}
- ۳○ {اعداد گویای کمتر از ۱۳}
- ۴○ {اعداد طبیعی کمتر از ۱۳}

۲ کدام جمله درست نیست؟

- ۱○ هیچ عدد طبیعی غیر صحیحی وجود ندارد.
- ۲○ هیچ عدد گویای غیر حقیقی وجود ندارد.
- ۳○ هیچ عدد گنگ گویایی وجود ندارد.
- ۴○ هیچ عدد صحیح غیر حسابی وجود ندارد.

۳ کدام عدد می‌تواند حسابی نباشد؟

- ۱○ مربع یک عدد صحیح
- ۲○ ریشه دوم یک عدد مجذور کامل
- ۳○ حاصل جمع دو عدد حسابی
- ۴○ حاصل ضرب دو عدد طبیعی

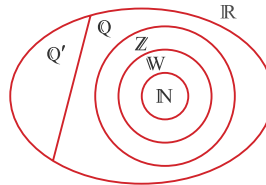
مثال

۱ کدام جمله صحیح است؟

- ۱○ هر عدد صحیح، گویاست.
- ۲○ هر عدد گویا، طبیعی است.
- ۳○ هر عدد گنگ، حقیقی است.
- ۴○ گزینه‌های ۱ و ۳

پاسخ:

به نمودار ون روبه‌رو توجه کنید:



گزینه «۴» صحیح است.

۲ کدام مجموعه از نظر محدود یا نامحدود بودن با بقیه متفاوت است؟

- ۱○ \mathbb{Z}
- ۲○ \mathbb{W}
- ۳○ \mathbb{Q}
- ۴○ \mathbb{R}

پاسخ:

مجموعه‌های \mathbb{Z} ، \mathbb{Q} و \mathbb{R} نامحدود هستند، یعنی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو آنها مشخص نیست. اما مجموعه \mathbb{W} ، از یک طرف محدود است و صفر کوچک‌ترین عضو آن است.

گزینه «۲» صحیح است.

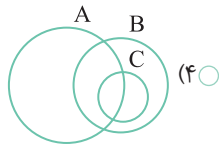
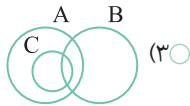
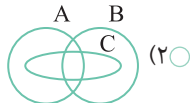
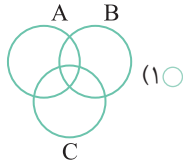
۷) مجموعه‌های A، B و C به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$C = \{4, 5\}$$

کدام گزینه می‌تواند نمایش مناسب این مجموعه‌ها باشد؟



۸) کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) عدد اصلی مجموعه $\{a, b, c\}$ برابر ۳ است.

(۲) تهی، عضو تمام مجموعه‌هاست.

(۳) $\{a, b\} \in \{b, \{a, b\}, a\}$

(۴) $\{a\} \in \{a, \{a, b\}\}$

۹) عدد اصلی مجموعه زیر کدام گزینه است؟

$$\{(1 \cdot 2^1 + 2^{2 \cdot 37}), (1 \cdot 2^2 + 2^{2 \cdot 37}), (1 \cdot 2^3 + 2^{2 \cdot 37}), \dots, (2 \times 2^{2 \cdot 37})\}$$

(۱) $1 \cdot 2^0 - 2 \cdot 37$

(۲) $2^{2 \cdot 37} - 2^1$

(۳) $2^{2 \cdot 37} - 1 \cdot 2^0$

(۴) $2^{2 \cdot 37} - 1 \cdot 2^1$

۱۰) عدد اصلی مجموعه $\{\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6, 7, \dots, 10\}\}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۱۰

۱) تعداد اعضای مجموعه اعداد طبیعی اول کوچک‌تر از ۵۱، چه تعداد

بیشتر از تعداد اعضای مجموعه مضارب ۵ کوچک‌تر از ۵۱ است؟

(۱) ۳ عضو

(۲) ۵ عضو

(۳) ۱۰ عضو

(۴) تعداد اعضا برابر است.

۲) عدد اصلی کدام مجموعه از بقیه کوچک‌تر است؟

(۱) $\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{1}{2187}\}$

(۲) $\{-5, -4, -3, \dots, 3, 4\}$

(۳) $\{(-1)^1, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, \dots, (-1)^{1000}\}$

(۴) $\{a, b, c, \{a, b\}, b, \{\}, \{a, b, c\}, a\}$

۳) کدام مجموعه تهی است؟

(۱) $\{\emptyset\}$

(۲) مجموعه اعداد حسابی که عضو اعداد طبیعی نیستند.

(۳) مجموعه اعداد حقیقی بزرگ‌تر از ۴ و کوچک‌تر از ۵

(۴) مجموعه اعداد طبیعی که عضو مجموعه اعداد صحیح نیستند.

۴) کدام مجموعه از دو طرف نامحدود است؟

(۱) مجموعه اعداد طبیعی بخش‌پذیر بر ۵

(۲) مجموعه اعداد حسابی غیرطبیعی

(۳) مجموعه اعداد اول

(۴) مجموعه اعداد گویای بزرگ‌تر از $\frac{1}{p}$

۵) اگر مجموعه $A = \{a, b, c, \{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{\}\}$ باشد، کدام

گزینه درست است؟

(۱) $\{a, b\} \in A$

(۲) $\{b\} \in A$

(۳) $\{\emptyset\} \in A$

(۴) $\{\} \notin A$

۶) مجموعه مضارب سه‌رقمی عدد ۳ چند عضو دارد؟

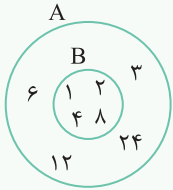
(۱) ۲۹۹

(۲) ۳۰۰

(۳) ۳۰۱

(۴) این مجموعه از بالا نامحدود است.

۱ زیرمجموعه



مجموعه B را زیرمجموعه‌ای از مجموعه A گویند، هرگاه هر عضوی از B، عضوی از A هم باشد. مثلاً فرض کنید مجموعه B، مجموعه شماره‌های عدد ۸ باشد و مجموعه A، مجموعه شماره‌های عدد ۲۴.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$$

همان‌طور که دیده می‌شود هر عضوی از B در A وجود دارد، پس می‌توان B را زیرمجموعه A دانست.

به عنوان مثالی دیگر، مجموعه مثلث‌های متساوی‌الاضلاع را می‌توان زیرمجموعه مثلث‌های متساوی‌الساقین، مجموعه مثلث‌های متساوی‌الساقین را زیرمجموعه کل مثلث‌ها و مجموعه مثلث‌ها را می‌توان زیرمجموعه اشکال هندسی دانست.

برای نشان دادن زیرمجموعه بودن از نماد \subseteq استفاده می‌شود، مثلاً اگر N زیرمجموعه P باشد، این موضوع را به شکل زیر نشان می‌دهند:

$$N \subseteq P$$

نماد $\not\subseteq$ نشان‌دهنده زیرمجموعه نبودن است.

تمرین

۱ اگر M و N دو مجموعه باشند و داشته باشیم $x \in M, N \subseteq M$ و

$y \in N$ ، کدام رابطه همواره درست است؟

- (۱) $x \in N$
- (۲) $y \notin M$
- (۳) $\{x, y\} \subseteq M$
- (۴) $\{x, y\} \subseteq N$

۲ اگر $B = \{1, 3, \{3, 4\}, 4\}$ باشد، کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) $\{3, 4\} \subseteq B$
- (۲) $\{3, 4\} \in B$
- (۳) $\{1, 3\} \in B$
- (۴) $\{1, 3\} \subseteq B$

۳ اگر A مجموعه مضارب عدد ۱۸، B مجموعه مضارب عدد ۳۶ و C

مجموعه مضارب عدد ۱۲ باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $A \subseteq B$
- (۲) $C \subseteq B$
- (۳) $C \subseteq A$
- (۴) $B \subseteq A$

مثال

۱ با توجه به مجموعه $A = \{3, 7, \{4, 5\}\}$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\{4, 5\} \subseteq A$
- (۲) $\{3, 7\} \subseteq A$
- (۳) $\{3, \{4\}\} \subseteq A$
- (۴) $\{3, \{4, 5\}\} \subseteq A$

پاسخ:

مجموعه A شامل ۳ عضو است: ۳، ۷، {۴، ۵}. هر ترکیبی از این اعضا را می‌توان داخل یک مجموعه قرار داد و زیرمجموعه ساخت.

گزینه ۱: {۴، ۵} عضو A است، زیرمجموعه A نیست.

گزینه ۲: {۳، ۷} یکی از زیرمجموعه‌های A است.

گزینه ۳: عضوی در A نداریم که به شکل {۴} باشد. پس $\{3, \{4\}\}$ نمی‌تواند زیرمجموعه A باشد.

گزینه ۴: $\{3, \{4, 5\}\}$ یک زیرمجموعه دوعضوی از مجموعه A است.

گزینه «۴» صحیح است.

۲ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$
- (۲) $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Q}$
- (۳) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}'$
- (۴) $\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$

پاسخ:

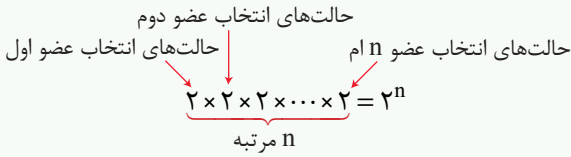
با توجه به آنچه گفته شد: $\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{Q}'$

گزینه «۳» صحیح است.



۲) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه

فرض کنید مجموعه C دارای n عضو است. برای ساختن یک زیرمجموعه از مجموعه C، باید عضوهایی از آن را انتخاب کرد. یعنی هر عضوی از C دو حالت برای انتخاب دارد: انتخاب شود یا انتخاب نشود. بنابراین کل حالاتی که برای ساختن یک زیرمجموعه از C می‌توان فرض کرد، برابر است با:



یعنی به طور کلی از یک مجموعه n عضوی، 2^n زیرمجموعه می‌توان ساخت. به عنوان مثال یک مجموعه پنج‌عضوی دارای $2^5 = 32$ زیرمجموعه است.

کم یا زیاد شدن اعضا در یک مجموعه تأثیر توانی بر زیرمجموعه‌ها دارد؛ یعنی هرگاه یک عضو از اعضای مجموعه‌ای کاسته شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن مجموعه نصف می‌شود و اگر دو عضو کم شود، تعداد زیرمجموعه‌ها $\frac{1}{4}$ می‌شود.

تمرین

۱) از اضافه کردن عضوهای مجموعه {e, f, g} به مجموعه {c, e, f} مجموعه‌ای شکل می‌گیرد که زیرمجموعه دارد.

- ۶۴ (۱○)
- ۳۲ (۲○)
- ۱۶ (۳○)
- ۸ (۴○)

۲) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2n + 1$ عضوی ۹۶ واحد کمتر از

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $4n - 1$ عضوی است. n کدام است؟

- ۱ (۱○)
- ۲ (۲○)
- ۳ (۳○)
- ۴ (۴○)

۳) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $(8^2)^{3^2}$ است. تعداد عضوهای

این مجموعه کدام است؟

- ۱۲ (۱○)
- ۱۸ (۲○)
- ۳۶ (۳○)
- ۵۴ (۴○)

مثال

۱) اگر به تعداد عضوهای یک مجموعه، دو عضو اضافه شود، به تعداد زیرمجموعه‌های آن چند درصد افزوده می‌شود؟

- ۲۰۰ (۲○)
- ۱۰۰ (۱○)
- ۴۰۰ (۴○)
- ۳۰۰ (۳○)

پاسخ: تعداد عضوهای مجموعه اصلی را n فرض می‌کنیم:

2^n : تعداد زیرمجموعه‌ها در حالت اول

2^{n+2} : تعداد زیرمجموعه‌ها بعد از افزودن ۲ عضو

$$\Rightarrow \frac{2^{n+2}}{2^n} = \frac{2^n \times 2^2}{2^n} = 2^2 = 4 = 4 \Rightarrow \text{برابر } 4 = 400\%$$

میزان افزایش: $400 - 100 = 300\%$.

گزینه «۳» صحیح است.

۲) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2K + 1$ عضوی، هشت برابر تعداد

زیرمجموعه‌های یک مجموعه $K + 1$ عضوی است. K کدام است؟

- ۲ (۲○)
- ۱ (۱○)
- ۴ (۴○)
- ۳ (۳○)

$$2^{2K+1} = 8 \times 2^{K+1} \Rightarrow 2^{2K+1} = 2^3 \times 2^{K+1}$$

$$\Rightarrow 2^{2K+1} = 2^{K+4} \Rightarrow 2K+1 = K+4 \Rightarrow K = 3$$

پاسخ:

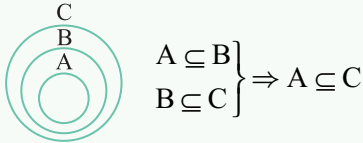
گزینه «۳» صحیح است.

۳ نکاتی در مورد زیرمجموعه‌ها

۱- هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است (انتخاب همه عضوهای مجموعه اصلی): $A \subseteq A$

۲- مجموعه تهی، زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست (انتخاب هیچ عضو از مجموعه اصلی): $\emptyset \subseteq A$

۳- اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ باشد، می‌توان گفت: $A \subseteq C$



۴- دو مجموعه را مساوی گویند هرگاه دارای اعضای یکسانی باشند. اگر $A = B$ باشد، می‌توان گفت $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ، چون تمام عضوهای A در B هست و تمام عضوهای B نیز در A وجود دارد.

عکس این موضوع هم درست است، یعنی اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد، $A = B$ است.

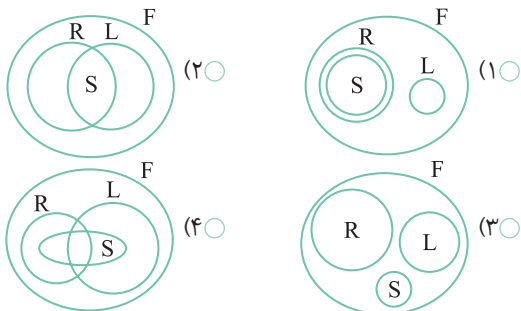
۵- به تمامی زیرمجموعه‌های یک مجموعه که با مجموعه اصلی برابر نباشند، زیرمجموعه **محض** گفته می‌شود. بدیهی است که تعداد زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه n عضوی برابر با $2^n - 1$ است.

تمرین

۱ اگر تعداد زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه $1 + 3K$ عضوی، 63 واحد بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2 + 2K$ عضوی باشد، K چقدر است؟

۱ (۱) ۲ (۲)
 ۳ (۳) ۴ (۴)

۲ اگر $F = \{\text{متوازی‌الاضلاع‌ها}\}$ ، $R = \{\text{مستطیل‌ها}\}$ ، $S = \{\text{مربع‌ها}\}$ و $L = \{\text{لوزی‌ها}\}$ باشد، کدام نمودار مناسب این مجموعه‌هاست؟



۳ مجموعه $P = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

$\emptyset \subseteq P$ (۲) $\{1, 2\} \subseteq P$ (۴)
 $\{\emptyset\} \in P$ (۱) $\emptyset \in P$ (۳)

مثال

۱ اگر $H = \{\emptyset, \{e\}, \{1, 1\}, \{1, 1, 1\}\}$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- $\emptyset \in H$ (۲) $\emptyset \subseteq H$ (۱)
 $\{1\} \notin A$ (۴) $\{\emptyset\} \subseteq H$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱: مجموعه تهی، زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.

گزینه ۲: \emptyset عضوی از H است.

گزینه ۳: چون \emptyset عضوی از H است، می‌توان زیرمجموعه‌ای یک‌عضوی با آن به شکل $\{\emptyset\}$ ساخت.

گزینه ۴: تکرار عضو در مجموعه‌ها بی‌اثر است، یعنی $\{1, 1\} = \{1\}$.

در نتیجه: $\{1\} \in A$

گزینه «۴» صحیح است.

۲ دو مجموعه $M = \{-2, x - y\}$ و $N = \{y - 1, 3\}$ با هم برابرند.

$x + y$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: $y - 1 = -2 \Rightarrow y = -2 + 1 = -1$

$x - y = 3 \xrightarrow{y=-1} x - (-1) = 3 \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2$

$x + y = 2 + (-1) = 1$

گزینه «۱» صحیح است.

۴ نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه

مجموعه چهارعضوی $B = \{a, b, c, d\}$ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم همه زیرمجموعه‌های آن را بنویسیم. به الگویی که برای نوشتن این زیرمجموعه‌ها استفاده می‌شود، دقت کنید. این الگو را می‌توان برای نوشتن زیرمجموعه‌های هر مجموعه‌ای استفاده کرد:

{}: زیرمجموعه‌های صفرعضوی

{a} {b} {c} {d}: زیرمجموعه‌های یک‌عضوی

{a, b} {a, c} {a, d} {b, c} {b, d} {c, d}: زیرمجموعه‌های دو‌عضوی

{a, b, c} {a, b, d} {a, c, d} {b, c, d}: زیرمجموعه‌های سه‌عضوی

{a, b, c, d}: زیرمجموعه‌های چهارعضوی

مجموعه توانی یک مجموعه: مجموعه‌ای را که شامل همه زیرمجموعه‌های یک مجموعه باشد، **مجموعه توانی** آن مجموعه می‌نامند. مجموعه

توانی مجموعه A را به صورت $P(A)$ نمایش می‌دهند؛ مثلاً برای مجموعه B که در بالا معرفی شد، مجموعه توانی آن را می‌توان به صورت

مقابل نشان داد: $P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\},$

$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$

تمرین

۱ مجموعه توانی یک مجموعه، ۱۶ عضو دارد. آن مجموعه چندعضوی

است؟

۸ (۲○)

۱۶ (۱○)

۲ (۴○)

۴ (۳○)

۲ اگر $n[P(P(P(A)))] = 4$ باشد، در مورد مجموعه A کدام گزینه درست است؟

(۱○) A سه‌عضوی است. (۲○) A دو‌عضوی است.

(۳○) A یک عضو دارد. (۴○) A تهی است.

۳ کدام جمله درست است؟

(۱○) تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی یک مجموعه ده‌عضوی برابر

است با تعداد زیرمجموعه‌های هفت‌عضوی یک مجموعه ده‌عضوی.

(۲○) تعداد زیرمجموعه‌های دو‌عضوی یک مجموعه شش‌عضوی برابر

است با تعداد زیرمجموعه‌های پنج‌عضوی یک مجموعه شش‌عضوی.

(۳○) تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی یک مجموعه هفت‌عضوی

برابر است با تعداد زیرمجموعه‌های پنج‌عضوی یک مجموعه

هفت‌عضوی.

(۴○) هیچ کدام

مثال

۱ مجموعه توانی یک مجموعه چهارعضوی چند زیرمجموعه دارد؟

۲^{۱۶} (۴○)

۶۴ (۳○)

۱۶ (۲○)

۴ (۱○)

پاسخ: $n(A) = 4 \Rightarrow 2^4 = 16 =$ تعداد زیرمجموعه‌های A

$n(P(A)) = 16 \Rightarrow P(A)$ تعداد زیرمجموعه‌های

گزینه «۴» صحیح است.

۲ در یک مجموعه پنج‌عضوی کدام گزینه درست است؟

(۱○) تعداد زیرمجموعه‌های ۱‌عضوی = تعداد زیرمجموعه‌های ۴‌عضوی

(۲○) تعداد زیرمجموعه‌های ۲‌عضوی = تعداد زیرمجموعه‌های ۳‌عضوی

(۳○) تعداد زیرمجموعه‌های صفر‌عضوی = تعداد زیرمجموعه‌های ۵‌عضوی

(۴○) همه موارد

پاسخ: به جدول زیر دقت کنید:

عضوی ۰	عضوی ۱	عضوی ۲	عضوی ۳	عضوی ۴	عضوی ۵
۱	۵	۱۰	۱۰	۵	۱

تعداد زیرمجموعه‌ها همواره از دو طرف متقارن است. مثلاً در مجموعه

پنج‌عضوی، تعداد زیرمجموعه‌های یک‌عضوی با تعداد زیرمجموعه‌های

چهارعضوی برابر است و ...

گزینه «۴» صحیح است.

۵ نمایش ریاضی مجموعه‌ها (۱)

همان‌طور که در گذشته اشاره شد، یکی از روش‌های نمایش مجموعه‌ها که مخصوص مجموعه‌های عددی است، نمایش ریاضی مجموعه‌هاست. در این روش ویژگی مشترک عضوهای مجموعه، با زبان و نمادهای ریاضی نمایش داده می‌شود و به طور مستقیم به اعضای مجموعه اشاره نمی‌شود. به این منظور از مجموعه‌های عددی معروف که قبلاً معرفی کردیم، استفاده می‌شود؛ چون سایر مجموعه‌های عددی زیرمجموعه آنها هستند. به مثال‌های زیر دقت کنید:

مجموعه اعداد زوج طبیعی: مجموعه‌ای که عضوهای آن به صورت $2K$ هستند، به طوری که K عضو اعداد طبیعی باشد.

$$E = \{2, 4, 6, 8, \dots\} \Rightarrow E = \{2K \mid K \in \mathbb{N}\}$$

مجموعه اعداد فرد طبیعی: کافی است که از اعداد زوج یک واحد کاسته شود تا اعداد فرد به دست آیند.

$$O = \{2K - 1 \mid K \in \mathbb{N}\}$$

مجموعه اعداد گویا: مجموعه اعداد کسری که صورت و مخرج آنها صحیح است و مخرج آنها صفر نیست.

$$Q = \left\{ \frac{A}{B} \mid A, B \in \mathbb{Z}, B \neq 0 \right\}$$

نکته

هرگاه در بیان ریاضی مجموعه، اشاره‌ای نشده بود که اعضا از کدام مجموعه انتخاب می‌شوند، اعضا را حقیقی فرض می‌کنیم.

تمرین

۱ کدام گزینه نمایش تفصیلی مجموعه $\{\sqrt{y} \mid y \in \mathbb{W}\}$ است؟

(۱) $\{0, 1, 4, 9, 16, \dots\}$

(۲) $\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots\}$

(۳) $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$

(۴) $\{0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \dots\}$

۲ کدام نمایش ریاضی برای مجموعه $\{2, 11, 101, 1001, \dots\}$ مناسب است؟

(۱) $\{1 \cdot x + 1 \mid x \in \mathbb{W}\}$

(۲) $\{x \mid 1 \cdot x + 1 \in \mathbb{N}\}$

(۳) $\{1 \cdot x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$

(۴) $\{1 \cdot x + 1 \mid x \in \mathbb{W}\}$

۳ نمایش تفصیلی مجموعه $\{(-1)^n \times 2^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ کدام گزینه است؟

(۱) $\{-2, +4, -6, +8, \dots\}$

(۲) $\{2, -4, 6, -8, \dots\}$

(۳) $\{-2, +4, -8, +16, \dots\}$

(۴) $\{+2, -4, +8, -16, \dots\}$

مثال

۱ کدام مجموعه توصیف همه اعداد طبیعی است که در تقسیم بر ۳، دو واحد باقی‌مانده می‌آورند؟

(۱) $A = \{3K + 2 \mid 3K \in \mathbb{N}\}$

(۲) $B = \{3K - 2 \mid K \in \mathbb{W}\}$

(۳) $C = \{K + 2 \mid 3K \in \mathbb{N}\}$

(۴) $D = \{K + 2 \mid \frac{K}{3} \in \mathbb{W}\}$

پاسخ: $\frac{K}{3} \in \mathbb{W} \Rightarrow K = 0, 3, 6, 9, \dots \Rightarrow D = \{2, 5, 8, 11, \dots\}$

تمام اعضای مجموعه D ، در تقسیم بر ۳، دو واحد باقی‌مانده می‌آورند.

گزینه «۴» صحیح است.

۲ کدام مجموعه بیان ریاضی مجموعه $G = \{0, 1, 8, 27, \dots\}$ است؟

(۱) $G = \{3x \mid x \in \mathbb{W}\}$

(۲) $G = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}\}$

(۳) $G = \{3x - 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$

(۴) $G = \{x^3 \mid x \in \mathbb{W}\}$

پاسخ: $x \in \mathbb{W} \Rightarrow x = 0, 1, 2, 3, \dots \Rightarrow x^3 = 0^3, 1^3, 2^3, \dots$

$\Rightarrow G = \{0, 1, 8, 27, \dots\}$

گزینه «۴» صحیح است.

۶ نمایش ریاضی مجموعه‌ها (۲)

بیان بعضی از مفاهیم به زبان ریاضی نیاز به دقت و خلاقیت بیشتری دارد. به نمونه‌های زیر دقت کنید:

مجموعه مضارب: مثلاً مجموعه مضارب طبیعی عدد ۵ به صورت مقابل بیان می‌شود:

$$\{5K \mid K \in \mathbb{N}\}$$

مجموعه شمارنده‌ها: مثلاً مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۰ به صورت مقابل بیان می‌شود:

$$\left\{K \mid \frac{30}{K} \in \mathbb{N}\right\}$$

بیان بازه‌ها: برای محدود کردن عضوهای یک مجموعه در نمایش به زبان ریاضی، می‌توان از علائم $<$ ، $>$ ، \leq یا \geq استفاده کرد. به نمونه‌های زیر دقت کنید:

مجموعه اعداد صحیح از -۱ تا $+۶$:

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x < +7\}$$

این مجموعه نمایش‌های دیگری به صورت زیر نیز می‌تواند داشته باشد:

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 7\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq +6\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq +6\}$$

مجموعه مضارب طبیعی عدد ۳ از ۲۷ تا ۴۲:

$$27 \leq 3K \leq 42 \xrightarrow{+3} 9 \leq K \leq 14 \Rightarrow \{3K \mid K \in \mathbb{N}, 9 \leq K \leq 14\}$$

تمرین

۱ نمایش ریاضی $\{0, 3, 8, 15, \dots, 99\}$ کدام است؟

۱○ $\{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 50\}$

۲○ $\{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x < 11\}$

۳○ $\{2x - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 50\}$

۴○ $\{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$

۲ کدام گزینه نمایش تفصیلی مجموعه $M = \{(-1)^{n+1} \times 3^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ است؟

۱○ $M = \{-3, +6, -9, +12, \dots\}$

۲○ $M = \{3, -6, +9, -12, \dots\}$

۳○ $M = \{-3, +9, -27, -81, \dots\}$

۴○ $M = \{3, -9, 27, -81, \dots\}$

۳ کدام گزینه در مورد مجموعه‌های O ، P و S درست است؟

$O = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 15 < x < 72\}$

$P = \{x \mid \frac{x}{4} \in \mathbb{N}, 20 < x \leq 60\}$

$S = \{2x \mid x \in \mathbb{N}, 11 \leq x < 31\}$

۱○ $O \subseteq P \subseteq S$

۲○ $P \subseteq O \subseteq S$

۳○ $O \subseteq P \subseteq S$

۴○ $P \subseteq S \subseteq O$

مثال

۱ کدام گزینه نمایش ریاضی مجموعه $\{20, 40, 60, \dots, 1800\}$ است؟

۱○ $\{20x \mid x \in \mathbb{I}, x \leq 90\}$

۲○ $\{20x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 90\}$

۳○ $\{20x \mid x \in \mathbb{I}, x < 90\}$

۴○ $\{20x \mid x \in \mathbb{N}, x < 90\}$

پاسخ:

$$\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \leq 90 \end{cases} \Rightarrow x = 1, 2, 3, \dots, 90$$

$$\Rightarrow 20x = 20, 40, 60, \dots, 1800$$

گزینه «۲» صحیح است.

۲ کدام گزینه نمایش تفصیلی مجموعه $\{x^2 \mid \frac{x}{4} \in \mathbb{N}, 2 < x < 1000\}$ است؟

۱○ $\{4, 9, 16, \dots, 1000000\}$

۲○ $\{4, 16, 36, \dots, 998^2\}$

۳○ $\{9, 16, 25, \dots, 99^2\}$

۴○ $\{16, 36, 64, \dots, 998^2\}$

پاسخ:

این مجموعه توصیف ریاضی مجموعه‌ای است که اعضای آن مربع کامل اعداد زوج بین ۲ و ۱۰۰۰ هستند. نمایش تفصیلی آن در گزینه ۴ دیده می‌شود.

گزینه «۴» صحیح است.

۶ اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 5\}$ باشد، مجموعه $R = \{\frac{x}{3^x} \mid x \in A\}$ چند عضو دارد؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۷ اگر $A = \{a, \{a\}, \{a, b\}, \{\}\}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) $a, \{a\}$ و $\{b\}$ سه عضو مجموعه هستند.

(۲) مجموعه $\{\}$ عضو مجموعه A است ولی زیرمجموعه آن نیست.

(۳) $\{a, b\} \subseteq A$

(۴) $\{\}$ و $\{\{\}\}$ هر دو زیرمجموعه این مجموعه هستند.

۸ یک مجموعه هفت عضو دارد. تعداد زیرمجموعه‌هایی از آن که حداقل دو عضو داشته باشد، چندتاست؟

(۱) ۱۱۸

(۲) ۱۲۰

(۳) ۱۱۹

(۴) ۱۲۸

۹ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $3n$ عضوی، ۱۶ برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2n$ عضوی است. تعداد زیرمجموعه‌های محض مجموعه $n+2$ عضو چندتاست؟

(۱) ۱۶

(۲) ۱۵

(۳) ۶۴

(۴) ۶۳

۱۰ برای مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ چند زیرمجموعه می‌توان نوشت که a و b عضو آن باشند، ولی c عضو آن نباشد؟

(۱) ۸

(۲) ۱۶

(۳) ۲

(۴) ۴

۱ تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $A = \{x^3 \mid x \in \mathbb{Z}, 3^{-3} \leq x \leq 3^3\}$ چندتاست؟

(۱) 2^7

(۲) 2^{27}

(۳) 2^{55}

(۴) 2^{327}

۲ تعداد زیرمجموعه‌های محض مجموعه توانی مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$ چندتاست؟

(۱) 2^7

(۲) 2^8

(۳) $2^7 - 1$

(۴) $2^8 - 1$

۳ کدام گزینه نمایش تفصیلی مجموعه $\{(-2)^n - 2 \mid n \in \mathbb{W}, n < 5\}$ است؟

(۱) $\{-1, -4, 2, -10, 14, -34\}$

(۲) $\{-1, -4, 2, -10, 14\}$

(۳) $\{-4, 2, -10, 14, -34\}$

(۴) $\{14, -1, 2, -4, -1, \dots\}$

۴ مجموعه $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 - x = 0\}$ معادل کدام گزینه است؟

(۱) $\{-1, 1\}$

(۲) $\{0, -1, +1\}$

(۳) $\{\}$

(۴) $\{0, 1\}$

۵ مجموعه‌ای پنج عضو دارد. چند زیرمجموعه می‌توان برای آن نوشت که تعداد عضوهای آن زوج باشد؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۸