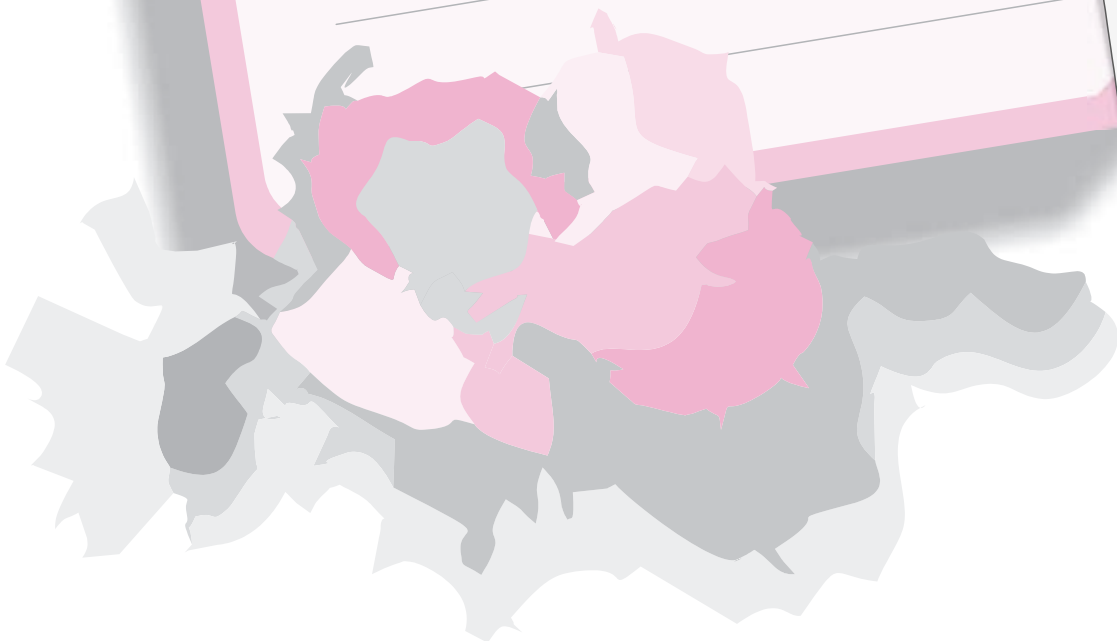


پاسخ تشریحی
ریاضیات
جامع نهم

مؤلف: حسین انصاری



مقدمه

خداوند منان را سپاس می‌گوییم که در ۳۰امین سال تدریس در مدارس تیزهوشان و دیگر مدارس ممتاز بضاعتی اندک عطا فرموده تا بتوانم حاصل این تجربه گرانها را در کتاب ریاضیات جامع نهم در اختیار هوشمندان این مرز و بوم قرار دهم.

پایه نهم نظام جدید آموزش، پایه‌ای حساس و سرنوشت‌ساز برای دانش‌آموزان است. چراکه در این پایه عزیزان دانش‌آموز باید خود را جهت آزمون‌های ورودی تیزهوشان و مدارس به‌نام دیگر آماده کنند. این کتاب مرجعی کامل و جامع برای هدایت دانش‌آموزان در این مسیر و رساندن آن‌ها به سرمنزل مقصود می‌باشد. در این کتاب موارد زیر مورد توجه قرار گرفته است.

۱- آموزش مفاهیم ریاضی در قالب نکته و مثال.

۲- تفکیک تست‌ها به دو دسته آسان و ویژه هوشمندان.

۳- ارائه پاسخ‌های تشریحی به صورت کاملاً مفهومی.

۴- انتخاب تست‌ها از آزمون‌های ورودی تیزهوشان و مدارس به‌نام دیگر.

۵- انتخاب تست‌ها از آزمون‌ها و مسابقات ریاضی خارج از کشور و المپیادها.

مطالب این کتاب متناسب با فصل‌های کتاب پایه نهم آموزش و پرورش تنظیم گردیده است.

کتاب در ۲ جلد تنظیم شده است. در جلد اول این کتاب درسنامه، پرسش‌ها و پاسخ کلیدی آن‌ها قرار داده شده است؛ در جلد دوم نیز پاسخ تشریحی سؤالات آمده است که کمک زیادی به تعمیق یادگیری عزیزان دانش‌آموز می‌کند.

لازم به ذکر است که سؤالات دشوار با علامت ★ مشخص شده که مختص دانش‌آموزان نخبه و سرآمد می‌باشد. در پایان از آقایان یحیی دهقانی مدیر مسئول انتشارات مبتکران، خدایار مبین مدیر واحد حروف‌چینی و صفحه‌آرایی و محسن انصاری مدیر توزیع و فروش قدردانی می‌کنم. همچنین از خانم‌ها آهنگر، نوروزی، مرادی، پژاوند و هرمزی که در آماده‌سازی این کتاب نقش بسزایی داشته‌اند، صمیمانه تشکر می‌کنم.

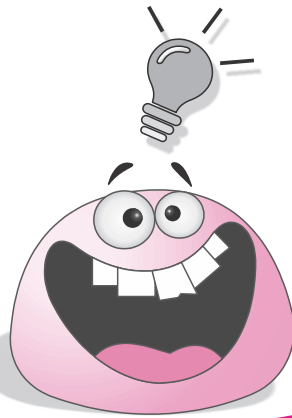
حسین انصاری

تابستان ۹۴

فهرست

۵ پاسخ تشریحی فصل اول: مجموعه
۳۷ پاسخ تشریحی فصل دوم: اعداد حقیقی
۶۹ پاسخ تشریحی فصل سوم: استدلال در هندسه
۱۱۱ پاسخ تشریحی فصل چهارم: توان و ریشه
۱۴۹ پاسخ تشریحی فصل پنجم: عبارات جبری
۲۱۵ پاسخ تشریحی فصل ششم: معادله خط
۲۶۵ پاسخ تشریحی فصل هفتم: عبارتهای گویا
۲۷۹ پاسخ تشریحی فصل هشتم: حجم و مساحت

پاسخ تشریحی فصل اول



گزینه «۴» -۱

باقی‌مانده تقسیم عضوهای A بر ۵ برابر یک است.



گزینه «۴» -۲



گزینه «۳» -۳

$$n(c) = \frac{92-2}{5} + 1 = 18 + 1 = 19$$



گزینه «۲» -۴



گزینه «۲» -۵



گزینه «۲» -۶



گزینه «۳» -۷

$$\{-5, 0, 5\}$$



گزینه «۱» -۸

$$14, 21, 28, \dots, 98$$

$$\frac{98-14}{7} + 1 = 13$$

$$13 \times 2 = 26$$



گزینه «۴» -۹

$$5x - 3 = -182 \Rightarrow 5x = -179 \rightarrow x = \frac{-179}{5} \notin \mathbb{Z}$$



گزینه «۴» -۱۰

عدد $52 + 27^{11}$ بر ۳ بخش پذیر نیست.

۱۱- گزینه «۴»

$$C = \{\dots, -12, -6, 0, 6, 12, 18, \dots\}$$



۱۲- گزینه «۳»

$$D = \{-6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6\}$$



۱۳- گزینه «۴»

مجموعه D مقسوم علیه‌های ۳ را معرفی می‌کند.



۱۴- گزینه «۴»



۱۵- گزینه «۴»

$$\{\dots, -72, -36, 0, 36, 72, \dots\} \subset \{\dots, -36, -18, 0, 18, 36, \dots\}$$



۱۶- گزینه «۴»



۱۷- گزینه «۴»

$$\forall x \in A \Rightarrow \{x\} \subset A$$



۱۸- گزینه «۴»



۱۹- گزینه «۳»



۲۰- گزینه «۴»



۲۱- گزینه «۳»



۲۲- گزینه «۲»

$$n(A) = \frac{15 - (-30)}{3} + 1 = 16$$

$$16 = (16)^4 = 16^2$$



۲۳- گزینه «۳»

$$B = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset\}\} = \{\{\emptyset\}\}$$

مجموعه B تک عضوی است پس دو زیرمجموعه دارد.



۲۴- گزینه «۴»

۲۵- گزینه «۲»

مجموعه A سه عضو است پس تعداد زیر مجموعه‌های آن برابر $2^3 = 8$ می‌باشد بنابراین $P(A)$ یک مجموعه ۸ عضوی است و تعداد زیر مجموعه‌های آن برابر است با: $2^8 = 256$



۲۶- گزینه «۳»

$$2^7 - 1 = 128 - 1 = 127$$



۲۷- گزینه «۱»

$$2^n - 1 = 2047 \Rightarrow 2^n = 2048 \Rightarrow 2^n = 2^{11} \rightarrow n = 11$$



۲۸- گزینه «۲»

$$\frac{5 \times (5-1)}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$



۲۹- گزینه «۳»

تعداد عضوهای $P(A)$ همان تعداد زیر مجموعه‌های A است.

$$64 = 2^6 \rightarrow n(A) = 6$$



۳۰- گزینه «۲»

$$\frac{2^{5n+3}}{2^{5n-1}} = \frac{2^{5n} \times 2^3}{2^{5n} \times 2^{-1}} = \frac{2^3}{2^{-1}} = 2^4 = 16$$



۳۱- گزینه «۴»

$$2^{2n-7} = 8 \times 2^{n-1} \Rightarrow 2^{2n-7} = 2^3 \times 2^{n-1} \Rightarrow 2^{2n-7} = 2^{n+2}$$

$$2n - 7 = n + 2 \Rightarrow n = 9$$



۳۲- گزینه «۴»

$$P(\emptyset) = \{\emptyset\}$$

$$P(P(\emptyset)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$



۳۳- گزینه «۳»

$$A = \{\{\{4\}, \{4\}\} = \{\{4\}\}$$

$$P(A) = \{\emptyset, \{\{4\}\}\}$$

$$P(P(A)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\{4\}\}\}, \{\emptyset, \{\{4\}\}\}\}$$



۳۴- گزینه «۲»

$$\{2, 3\} \notin B \Rightarrow \{2, 3\} \notin P(B)$$



۳۵- گزینه «۴»

۳۶- گزینه «۴»

مجموعه D سه عضوی است پس $2^3 = 8$ زیر مجموعه دارد.



۳۷- گزینه «۲»

$$(A \cup A') \cap (A \cap A)' = M \cap \emptyset' = M \cap M = M$$



۳۸- گزینه «۴»

$$A' \cup (A')' = A' \cup A = M$$



۳۹- گزینه «۳»

$$((A')' \cup A)' \cap (A \cup M)' = (A \cup A)' \cap (A \cup \emptyset) = A' \cap A = \emptyset$$



۴۰- گزینه «۲»

$$(B \cup \emptyset)' \cap (B' \cup M)' = (B \cup M) \cap (B' \cup \emptyset) = M \cap B' = B'$$



۴۱- گزینه «۴»

$$x \in A' \cup B \Rightarrow x \notin (A' \cup B)' \Rightarrow x \notin A \cap B'$$



۴۲- گزینه «۱»

$$x \in A' \cap B \Rightarrow x \in A' \Rightarrow x \notin A$$



۴۳- گزینه «۴»



۴۴- گزینه «۴»



۴۵- گزینه «۳»

$$(x=1, y=4) \Rightarrow y-x=4-1=3$$



۴۶- گزینه «۴»

$$A \subset A \cup B \subset C \quad B \subset A \cup B \subset C \quad A \cap B \subset A \cup B \subset C$$



۴۷- گزینه «۳»

$$A \cap B \subset A \quad A \not\subset A \cap B$$



۴۸- گزینه «۳»



۴۹- گزینه «۳»

۵۰- گزینه «۳»

$$A \cap B = \{x | x \in \mathbb{Z}, -7 \leq x < 7\} = \{-7, -6, -5, \dots, 6\}$$



۵۱- گزینه «۴»

$$M_{\neq} \subset M_{\neq} \Rightarrow M_{\neq} \cup M_{\neq} = M_{\neq} \text{ و } M_{\neq} \cap M_{\neq} = M_{\neq}$$

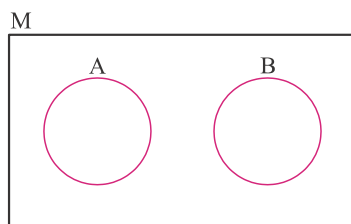


۵۲- گزینه «۲»

$$(A \cap M)' \cap (\emptyset' \cup A)' = (A \cap \emptyset)' \cap (M \cup A)' = \emptyset' \cap M' = M \cap \emptyset = \emptyset$$



۵۳- گزینه «۳»



$$A \subset B'$$



۵۴- گزینه «۴»



۵۵- گزینه «۱»

$$(A \cap B') \cap (B \cap A') = (A \cap A') \cap (B' \cap B) = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$



۵۶- گزینه «۲»

$$(C \cup D) \cup C' = (C \cup C') \cup D = M \cup D = M$$



۵۷- گزینه «۳»

$$B \cap (B' \cup C) = (B \cap B') \cup (B \cap C) = \emptyset \cup (B \cap C) = B \cap C = B$$



۵۸- گزینه «۳»

$$B \subset A \Rightarrow A \cup B = A$$

$$C \subset A \Rightarrow C \cap A = C$$

$$C \cap (A \cup B) = C \cap A = C$$



۵۹- گزینه «۲»

$$(B \cup C) \cap (B \cup C') = B \cup (C \cap C') = B \cup \emptyset = B$$



۶۰- گزینه «۱»

$$(A' \cup B) \cup (A \cup C) = (A' \cup A) \cup (B \cup C) = M \cup (B \cup C) = M$$



۶۱- گزینه «۲»

$$B \cup (C \cup B')' = B \cup (C' \cap B) = B$$

۶۲- گزینه «۳»

$$(A \cup M') \cup (A' \cup B)' = (A \cup \emptyset) \cup (A \cap B') = A \cup (A \cap B') = A$$



۶۳- گزینه «۴»

$$(B' \cup C) \cap (B \cap C') = (B' \cup C) \cap (B' \cup C)' = \emptyset$$



۶۴- گزینه «۲»

$$(A - M) - (A - A') = \emptyset - A = \emptyset$$



۶۵- گزینه «۳»

$$(M - A) \cap (A \cap B')' = A' \cap (A' \cup B) = A'$$



۶۶- گزینه «۴»

$$(A - B) \cap (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A') = (A \cap A') \cap (B \cap B') = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$



۶۷- گزینه «۲»

$$(A \cap B) \cup [(A \cap B) \cap C] = (A \cap B) \quad \text{قانون جذب}$$



۶۸- گزینه «۱»

$$C \cup (D - C) = C \cup (D \cap C') = (C \cup D) \cap (C \cup C') = (C \cup D) \cap M = C \cup D = D$$



۶۹- گزینه «۳»

$$(A \cup B) - B = (A \cup B) \cap B' = (A \cap B') \cup (B \cap B') = (A - B) \cup \emptyset = A - B$$

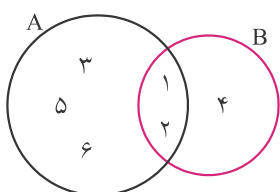


۷۰- گزینه «۲»

$$A' = \{0, 3, 4\} \quad B' = \{1, 2, 4\} \quad A' \cap B' = \{4\}$$



۷۱- گزینه «۱»



$$B = \{1, 2, 4\}$$



۷۲- گزینه «۴»

$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$$



۷۳- گزینه «۳»